

## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

## ETAPA LOCALĂ – 14 FEBRUARIE 2025

## CLASA A VI-a

**SUBIECTUL I. Pentru fiecare dintre următoarele 10 probleme, una singură dintre cele cinci variante de răspuns este corectă. Pe formularul de înregistrare a răspunsurilor la problemele cu alegere multiplă (grilă), indică varianta corectă de răspuns:**

- (2p) 1. Dacă  $a, b, c$  sunt numere prime și  $a + 2b + 4c + 8d = 70$ , atunci  $d$  este egal cu:  
A. 11                      B. 7                      C. 5                      D. 2                      E. 3
- (2p) 2. Numărul de numere naturale de trei cifre care au exact trei divizori este?  
A. 10                      B. 9                      C. 8                      D. 7                      E. 6
- (2p) 3. Pe fiecare din laturile unui dreptunghi se consideră 3 puncte colorate, diferite de vârfuri, unul albastru și două verzi. Se notează cu  $A$  mulțimea celor 12 puncte colorate. Numărul segmentelor care au extremitățile în mulțimea  $A$ , care unesc puncte de aceeași culoare este egal cu:  
A. 68                      B. 55                      C. 42                      D. 34                      E. 28
- (2p) 4. În jurul punctului  $O$  se formează succesiv unghiurile  $\sphericalangle O_1OO_2$ ,  $\sphericalangle O_2OO_3$ ,  $\sphericalangle O_3OO_4$ , ...,  $\sphericalangle O_nOO_1$ , având măsurile egale respectiv cu  $2^\circ, 5^\circ, 8^\circ, 2^\circ, 5^\circ, 8^\circ, \dots, 2^\circ, 5^\circ, 8^\circ$ . Numărul  $n$  este egal cu:  
A. 24                      B. 70                      C. 72                      D. 71                      E. 73
- (1p) 5. Se consideră numerele naturale nenule  $a, b, c$  astfel încât  $\frac{a-2}{a+2} = \frac{2b-3}{b+3} = \frac{c}{a+b}$ .  
Suma  $a^3 + b^2 + c$  este egală cu:  
A. 8                      B. 12                      C. 14                      D. 16                      E. 32
- (1p) 6. Fie numerele naturale  $a, b, x, y$ , unde  $b, y \neq 0$ , astfel încât  $\frac{a}{b} + \frac{x}{y} = 1$ .  
Suma  $\frac{x^{2025}}{y^{2025}} + \frac{a}{b} \cdot \frac{x^{2024}}{y^{2024}} + \frac{a}{b} \cdot \frac{x^{2023}}{y^{2023}} + \dots + \frac{a}{b} \cdot \frac{x^2}{y^2} + \frac{a}{b} \cdot \frac{x}{y} + \frac{a}{b}$  este egală cu:  
A. 1                      B. 506                      C. 1012                      D. 2024                      E. 2025
- (1p) 7. Fie numărul  $A = 2025^{n+1} + 2025^n$ . Numărul natural  $n$  pentru care  $A$  are 180 divizori naturali este egal cu:  
A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4                      E. 5
- (1p) 8. Unghiurile  $\sphericalangle AOB$  și  $\sphericalangle AOC$  sunt suplementare neadiacente. Dacă  $\sphericalangle BOC = 20^\circ$ , atunci unghiul format de bisectoarele unghiurilor  $\sphericalangle AOB$  și  $\sphericalangle AOC$  are măsura de:  
A.  $10^\circ$                       B.  $20^\circ$                       C.  $30^\circ$                       D.  $40^\circ$                       E.  $50^\circ$

(1p) 9. Fie  $A, O, D$  trei puncte coliniare, în această ordine. În același semiplan determinat de dreapta  $AD$  se consideră punctele  $B$  și  $C$  astfel încât unghiurile  $\sphericalangle AOB$ ,  $\sphericalangle BOC$ ,  $\sphericalangle COD$  sunt adiacente două câte două. Dacă  $\sphericalangle AOB = \sphericalangle BOC$  și  $\sphericalangle AOB = 2 \cdot \sphericalangle COD$ ,  $OM$  este bisectoarea unghiului  $\sphericalangle AOB$  și  $ON$  este bisectoarea unghiului  $\sphericalangle BOC$ , atunci măsura unghiului  $MON$  este egală cu:

- A.  $45^\circ$                       B.  $72^\circ$                       C.  $75^\circ$                       D.  $80^\circ$                       E.  $90^\circ$

(1p) 10. Fie unghiurile  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$  și  $DOA$ , formate în jurul punctului  $O$ . Bisectoarea unghiului  $BOC$  și  $OD$  sunt semidrepte opuse. Dacă semidreapta  $OD$  este perpendiculară pe semidreapta  $OA$  și  $\sphericalangle AOB = 45^\circ$ , atunci  $\sphericalangle BOC$  are măsura de:

- A.  $30^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $60^\circ$                       D.  $90^\circ$                       E.  $100^\circ$

**La subiectele II și III scrie rezolvările complete:**

### Subiectul II

Elementele fiecăreia dintre mulțimile finite  $A$ ,  $B$  și  $C$  sunt numere naturale consecutive.

a) Dacă  $A \cap B = \{2023\}$  și diferența dintre cel mai mare element din  $A \cup B$  și cel mai mic element din  $A \cup B$  este 2023, arătați că mulțimile  $A$  și  $B$  nu pot avea același număr de elemente.

b) Dacă cel mai mic element al mulțimii  $C$  este egal cu 1, aflați numărul  $n$  de elemente ale mulțimii  $C$  pentru care această mulțime conține exact 2024 de numere care se divid cu 2, dar nu se divid cu 6.

### Subiectul III

În jurul punctului  $O$  considerăm unghiurile  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$ ,  $DOE$ ,  $EOF$  și  $FOA$ , având măsurile  $b, c, d, e, f$ , respectiv  $a$ , exprimate în grade, unde  $a, b, c, d, e, f$  sunt numere naturale nenule. Se știe că numerele  $a, b, c$  sunt direct proporționale cu 4, 5, 6, iar numerele  $c, d, e$  sunt invers proporționale cu 4, 5, 6. Determinați cea mai mică valoare posibilă pentru  $f$ .

*Gazeta Matematică nr. 6-7-8 / 2024*

Note: Toate subiectele sunt obligatorii

Pentru rezolvarea corectă a subiectelor II și III se acordă câte 7 puncte.

Timp de lucru: 3 ore